

ESTUDIO CINEMATICO DE UN MOVIMIENTO BI-DIMENSIONAL UNIFORMEMENTE ACELERADO

Por: Ing. Rafael Despradel
Prof. Leonor de Despradel

I. Objetivos:

- 1.1 Demostrar que el vector velocidad es tangente, en cada punto, a la trayectoria recorrida por un móvil.
- 1.2 Demostrar que la aceleración es una medida del cambio del vector velocidad.
- 1.3 Demostrar que la componente tangencial de la aceleración es igual a la variación del módulo del vector velocidad.
- 1.4 Observar que la componente radial de la aceleración representa el cambio de dirección del vector velocidad.
- 1.5 (Opcional) Verificar la relación entre: aceleración centrípeta, módulo de la velocidad y radio de curvatura de la trayectoria.
- 1.6 (Opcional) Determinar la ecuación de la trayectoria del movimiento, empleando métodos gráficos.

II. Materiales.

- 2.1 Esfera metálica (preferiblemente de unos 2 cm de diámetro)
- 2.2 Dos escuadras
- 2.3 Regla milimétrica.

- 2.4 Papel milimetrado. En caso de ser posible. 0.5 m de papel milimetrado de 1 m de ancho.
- 2.5 Papel carbón
- 2.6 Una hoja de papel blanco para calcar.
- 2.7 Escritorio o mesa con superficie lisa.
- 2.8 Cuña para inclinar el escritorio o la mesa
- 2.9 Cinta adhesiva.

III. Pre-requisitos

- 3.1 Suma y resta de vectores por método gráfico.
- 3.2 Descomponer un vector en dos componentes ortogonales, empleando método gráfico.
- 3.3 Estudio del movimiento en un plano, con aceleración constante.
- 3.4 Radio de curvatura, curvatura y centro de curvatura (para objetivo opcional 1-5, sección 5-1).
- 3.5 Relación entre aceleración centrípeta, módulo de la velocidad y radio de curvatura (para objetivo opcional 1-5, sección 5-1).
- 3.6 Relaciones de proporcionalidad (para objetivo opcional 1-6 sección 5-2).

IV. Desarrollo.

Incline la mesa o escritorio con una pendiente de unos 2cm de altura por cada metro de longitud.

Cuando una esfera se suelta en un punto sobre el plano inclinado y se deja rodar, se moverá en línea recta y la dirección de este movimiento estará determinada por la componente de la aceleración de la gravedad en dicho plano.

Suelte la esfera en un punto cualquiera y determine la dirección la componente de la aceleración de la gravedad en el plano. Luego fije el papel milimetrado sobre la mesa de forma tal que un lado quede paralelo a la dirección encontrada.

Cubra el papel milimetrado con un papel carbón. Lance la esfera de forma que haga el primer contacto con el papel a unos pocos centímetros por debajo de una de las esquinas superiores y con una velocidad inicial, perpendicular a la dirección de la aceleración que actúa sobre la esfera, tal que abandone el papel por la esquina inferior diagonalmente opuesta. (Para ello puede ayudarse con una regla que sirva de guía al movimiento inicial de la esfera)

Quizás sea necesario hacer varios lanzamientos, luego quite el papel carbón y oscurezca la trayectoria más conveniente

Dicha trayectoria constituye "los datos de la práctica".

A fin de analizar los datos, dibuje un sistema de ejes coordenados, $x - y$, con el origen en el punto donde la esfera hizo el primer contacto con el papel y cuyos ejes sean paralelos al cuadrículado del mismo. Llamemos eje x al que es paralelo a la velocidad inicial de la esfera.

Seleccione sobre la curva varios puntos cuya separación, medida sobre el eje x , sea de 4 o 5 cm. Considerese como la unidad de tiempo (UDT) el tiempo que la esfera tardó en pasar de un punto a otro.

Pregunta: 1: ¿Por qué se puede considerar constante el tiempo transcurrido entre cada par de puntos consecutivos?

Para la unidad de distancia (UDD), tome la mínima división del papel.

4.1 Determinación de la velocidad.

La velocidad instantánea en el punto medio de cada intervalo puede ser determinada a partir de la velocidad media entre los puntos extremos del mismo.

Pregunta 2: ¿Por qué?

Determine las componentes x e y de la velocidad en cada intervalo ($v_x = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ y $v_y = \frac{\Delta y}{\Delta t}$) Por ejemplo para el segundo intervalo $\Delta x = x_2 - x_1$ UDD y $\Delta t = t_2 - t_1 = 1$ UDT

Siendo las unidades de velocidad UDD/UDT.

Conociendo las componentes, dibuje el vector velocidad en el punto medio de cada intervalo.

Pregunta 3: ¿Qué relación existe entre la dirección de la velocidad y la dirección de la tangente a la curva en cada punto? .

Pregunta 4: ¿Permanece constante la velocidad? ¿Por qué?

Pregunta 5: ¿Cómo varían las componentes de la velocidad?

En un papel en blanco, traslade todos los vectores velocidad de forma tal que el origen de cada uno de ellos coincida en el mismo punto.

Pregunta 6: ¿Es Δv , el cambio de velocidad, constante? ¿Por qué?

4.2 Determinación de la aceleración.

Estudiaremos ahora las causas del cambio de velocidad

Empleando métodos gráficos, desplace el vector \vec{V}_{n+1} de manera que su origen coincida con el del vector \vec{V}_n y determine el cambio de velocidad para cada par de vectores \vec{V}_n, \vec{V}_{n+1} con $n= 1, 2, 3, \dots$

Pregunta 7: ¿Dividiendo $\Delta\vec{v}$ entre el intervalo de tiempo correspondiente, qué se obtiene? .

Pregunta 8: ¿Permanece constante la aceleración?

Pregunta 9: ¿Qué relación existe entre las direcciones de esta aceleración y la determinada al inicio de la práctica?

4.3 Determinación de la componente tangencial y radial de la aceleración.

En los puntos medios de cada intervalo, a partir del segundo, se tienen en la gráfica el vector velocidad y el vector aceleración. Empleando métodos gráficos, descomponga el vector aceleración en dos componentes, una, la tangencial, en la dirección de la velocidad en ese punto y la otra, la componente radial, en una dirección perpendicular a la primera.

Mida cada una de estas componentes.

Estudiaremos ahora qué relación existe entre los cambios de módulo y dirección de la velocidad y las componentes tangencial y radial de la aceleración

4.4 Efecto de la componente tangencial.

Pregunta 10: ¿Cómo varía la componente tangencial de la aceleración a lo largo de la trayectoria?

Pregunta 11: Compare la diferencia entre las magnitudes de \vec{V}_{n+1} y \vec{V}_n medidas directamente sobre el gráfico, con la componente tangencial de \vec{a} . ¿Qué relación existe? (Recuerde que el

tiempo transcurrido entre el intervalo n y $(n+1)$ es unitario).

Pregunta 12: ¿Qué representa, entonces, la componente tangencial de la aceleración? .

4.5 Efecto de la componente radial.

Observa atentamente la componente radial de la aceleración.

Pregunta 13: ¿Qué sentido tiene?

El sentido de la componente radial es hacia lo que matemáticamente se llama "centro de curvatura" de la trayectoria recorrida por el móvil y por esta razón se le llama también aceleración centrípeta.

Suma vectorialmente, a cada \vec{V}_n la componente radial de \vec{d}_n . Siendo \vec{a}_n la aceleración determinada a partir de los vectores \vec{V}_n y \vec{V}_{n+1} . Recuerda que el intervalo de tiempo entre \vec{V}_n y \vec{V}_{n+1} es unitario por lo que en realidad a cada \vec{V}_n le estará sumando un $\Delta \vec{v}_r$.

Pregunta 14: Para cada intervalo, ¿Qué relación existe entre la dirección del vector obtenido y la dirección de la velocidad correspondiente al intervalo siguiente o sea el $(n+1)$.

Pregunta 15: ¿Qué representa entonces la componente radial de la aceleración? .

4.6 Conclusión.

Sintetice las conclusiones de la práctica y relacione esta con los objetivos propuestos.

5. Opcional

5.1 Efecto de la componente radial de la aceleración

Para estudiar cuantitativamente el efecto radial de la aceleración resultante, sobre el movimiento de la esfera, es conveniente emplear una hoja de papel milimetrado de dimensiones 1m x 0.5m. Los datos se toman según el procedimiento ya empleado.

Pregunta 16: ¿Cuál es la curvatura de la trayectoria en el origen de coordenadas? .

Pregunta 17: ¿Qué valor tiene el radio de curvatura en dicho punto? .

Pregunta 18: Al final de la trayectoria, ¿hacia qué valor tiende la curvatura? .

Pregunta 19: Indique en la trayectoria, ¿Dónde aproximadamente, la curvatura es máxima?

Pregunta 20: En el punto indicado, ¿Cómo es el radio de curvatura?

Pregunta 21: Para cada punto, ¿qué sentido tiene la componente radial de la aceleración?

Pregunta:22: ¿Qué nombre recibe esta componente radial?

Pregunta 23: A partir de la ecuación $a_c = \frac{v^2}{R}$ determine el radio.

de curvatura de la trayectoria en el punto medio de cada intervalo. Observe que a partir del segundo intervalo, en dichos puntos se tiene tanto el vector \vec{v} como el vector \vec{a} y ya fueron medidas la magnitud de \vec{v} y la componente radial de \vec{a} .

Pregunta 24: Coinciden estos resultados con lo observado anteriormente, es decir, con sus respuestas a las preguntas 16, 17, 18, 19 y 20?

5.2 Determinación de la trayectoria.

Confeccione una tabla de pares de valores $x - y$ a partir de la gráfica.

Pregunta 25: Determine, ¿qué proporcionalidad existe entre x e y ?

Pregunta 26: Calcule el valor de la constante de proporcionalidad .

Pregunta 27: En caso de que esta práctica sea realizada por varios grupos de trabajo, compare con ellos el valor de la constante.

Pregunta 28: ¿Qué magnitudes físicas determinan el valor de la constante?

Pregunta 29: ¿Cómo podría verificarlo experimentalmente?

Pregunta 30: ¿Sería capaz de hacerlo?