

RELATIVIDAD ESPECIAL

Por Dr. Raúl Alvarado

Principio de Relatividad

Sabemos que la posición de un cuerpo solo puede ser definida con referencia a otro cuerpo, que la rapidez con que se mueve un peatón no es la misma si la referimos a la acera o al conductor de un carro en movimiento. En física es imprescindible saber respecto a que sistema de referencia^(*) están medidos los observables, la posición y la velocidad de un cuerpo en nuestro caso, y las relaciones entre observables (leyes) que puedan existir. Ya que los valores de los observables medidos en diferentes sistemas de referencia son diferentes, ¿qué sucederá con las relaciones entre ellos en los diferentes sistemas de referencia? La respuesta a esto nos lo dá el principio de relatividad que nos asegura que existen sistemas de referencia en donde las leyes que rigen los fenómenos de la naturaleza tienen la misma forma. Otra manera de decirlo es que todos los sistemas inerciales son equivalentes para la formulación de las leyes de la física. Este principio es una afirmación, basada en la experiencia, acerca de las leyes de la naturaleza determinadas por observaciones hechas desde diferentes sistemas de referencia.

(*) Un sistema de referencia o referencial es un conjunto de objetos físicos en reposo unos respecto a otros, respecto a los cuales son reportados los diferentes observables. Generalmente se le asigna un sistema de coordenadas particular al referencial..

Este principio se llama Principio de Relatividad Restringido ya que se aplica solo a sistemas inerciales. El Principio "General" de Relatividad afirma que las leyes de la física pueden ser suficientemente generalizadas para ser válidas en todos los referenciales posible. (acelerados). Trata de la equivalencia de referenciales acelerados.

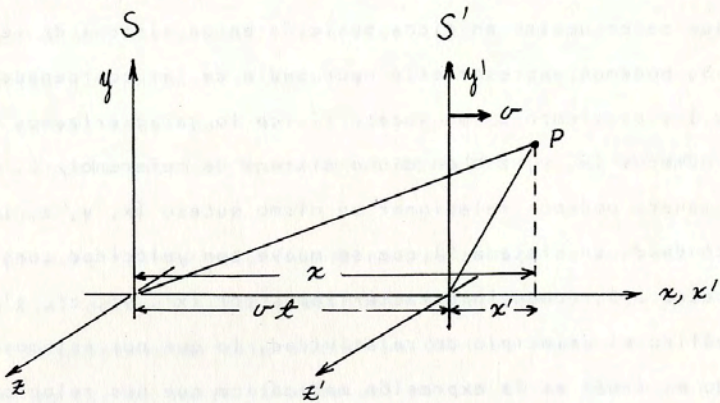
La primera teoría relativista que se conoce es la mecánica newtoniana y el primero que discutió en forma clara la equivalencia de ciertos sistemas de referencia fue Galileo cuando describió la caída de un cuerpo desde lo alto del mástil de un barco; el cuerpo caía en el mismo lugar, al pie del mástil, no importando que el barco estuviera en reposo o en movimiento uniforme respecto al agua. En ambos sistemas de referencia, el barco y el agua, se llega a la misma conclusión física: el movimiento del cuerpo es un movimiento acelerado a lo largo de la vertical, lo que implica la existencia de una fuerza, fuerza de atracción gravitatoria, que es la característica física de dicho movimiento.

Las leyes de Newton son válidas en un sistema de referencia no acelerado, llamado sistema de referencia inercial, y cualquier sistema de referencia que se mueva con velocidad constante respecto a un sistema inercial, es también un sistema de referencia inercial. El principio de relatividad nos asegura que todos los sistemas inerciales son equivalentes, es decir, las leyes de Newton son válidas en todos los sistemas inerciales. Es el llamado principio de Relatividad de Galileo. No son equivalentes en mecánica los sistemas que rotan o tienen cualquier aceleración uno respecto a otro.

Si conocemos el lugar en que está un cuerpo y el instante en que se encuentra en dicha posición en un sistema de referencia S , podemos expresar esto por medio de las coordenadas (x, y, z, t) y el tiempo t . Un suceso físico lo caracterizamos por cuatro números (x, y, z, t) en dicho sistema de referencia S . ¿De qué manera podemos relacionar un mismo suceso (x, y, z, t) en S , visto desde un sistema S' que se mueve con velocidad constante respecto a S , donde lo caracterizamos por (x', y', z', t') ? Si es válido el principio de relatividad, lo que nos estamos preguntando es ¿cuál es la expresión matemática que nos relaciona lo que miden dos observadores en sistemas S y S' que se mueven con velocidad relativa constante? La respuesta a ello en la mecánica newtoniana, son las llamadas ecuaciones de transformación de Galileo. Dichas ecuaciones se escriben basándose en dos suposiciones:

- El tiempo es absoluto, $t = t'$, implicando esto que la velocidad de transmisión de las interacciones en física es infinita y, valga la redundancia, la misma para todos los sistemas inerciales.
- La distancia es absoluta; una regla en reposo en un sistema S tiene la misma longitud medida desde el sistema S' .

Para un referencial S' que se mueve a lo largo del eje x del referencial S , la expresión de las ecuaciones de transformación de Galileo son:



de S a S'

$$x' = x - vt$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = t$$

de S' a S

$$x = x' + vt'$$

$$y = y'$$

$$z = z'$$

$$t = t'$$

la ley de transformación de las velocidades es

$$u'_x = u_x - v \quad u'_y = u_y \quad u'_z = u_z$$

y en su expresión vectorial

$$\vec{u}' = \vec{u} - \vec{v}$$

en cuanto a la aceleración tenemos que

$$\vec{a}' = \vec{a}$$

expresión que no sólo tiene la misma forma, sino que además es una identidad válida cualesquiera sea la velocidad relativa entre los sistemas inerciales S y S'. Por extensión, la segunda ley de Newton, $\vec{F} = m\vec{a}$, es un invariante siempre y cuando la expresi-

sión de la fuerza sea función de las posiciones y/o velocidades relativas entre los cuerpos que interactúan. Veamos por ejemplo la ley de gravitación de Newton.

En un sistema S

$$F_{12} = -G \frac{m_1 m_2}{r_{12}^2}$$

donde F_{12} es una función $f(r_2 - r_1)$. Consideraremos solo el denominador que es lo único que cambia. En S

$$r_{12}^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2$$

Utilizando las ecuaciones de transformación

$$\begin{aligned} r_{12}^2 &= (x_2' - vt' - x_1' + vt')^2 + (y_2' - y_1')^2 + (z_2' - z_1')^2 = \\ &= (r_{12}')^2 \end{aligned}$$

Como C , m_1 y m_2 no cambian tenemos

$$F'_{12} = -G \frac{m_1 m_2}{(r'_{12})^2} = f(r'_2 - r'_1)$$

siendo f la misma función. La fuerza gravitacional es un invariante de Galileo.

Cuando se quiso extender el principio de relatividad de Galileo a la electrodinámica se encontró que las ecuaciones de Maxwell, que rigen el comportamiento de los fenómenos electromagnéticos, no eran invariantes bajo dicha transformaciones. Esto contradecía a la experiencia, pues las leyes del electromagnetismo no eran válidas en todos los sistemas inerciales, suscitándose con esto una controversia entre los científicos a fines del siglo pasado. Fue, Einstein, en 1905 (1) quien puso término a la controversia, extendiendo el principio de relatividad al electromagnetismo y a toda la física dando así origen a una nueva teoría relativista, llamada ahora

Relatividad Especial, basada en dos hipótesis

- a) El principio de relatividad se aplica a toda la física
(El principio de relatividad implica que la velocidad de transmisión de las interacciones es una constante para to dos los referenciales inerciales).
- b) La velocidad máxima de transmisión de las interacciones es la velocidad de la luz en el vacío.

Esto fue dicho por Einstein (1) con las siguientes palabras:

"...las mismas leyes de la electrodinámica y óptica serán válidas para todos los sistemas de referencia para los cuales las ecuaciones de la mecánica sean válidas. Elevaremos esta conjetura al status de un postulado, y también introduciremos otro postulado, el cual, es solo aparentemente irreconciliable con el primero, digamos, que la luz siempre se propaga en el espacio vacío con una velocidad fija c la cual es independiente del estado de movimiento del cuerpo que la emite."...

La expresión matemática de estos dos postulados nos llevan a las llamadas ecuaciones de transformación de Lorentz, conocidas antes del trabajo de Einstein, pero utilizadas con otros propósitos. como el de explicar el resultado nulo de las experiencias de Michelson-Morley que buscaban evidencia de la existencia del éter. Actualmente las experiencias de Michelson-Morley se interpretan como una confirmación del segundo postulado de Einstein. (Se asegura que Einstein no conocía las experiencias de M-M en la época en que escribió su famoso artículo (1)). Con la ayuda de estas transformaciones se establecieron las modificaciones necesarias a

la física clásica de modo que se cumpliera el Principio de Relatividad. Estas modificaciones fueron despreciables en los problemas prácticos de la mecánica de Newton, como determinación de trayectorias y órbitas de cohetes y satélites. No fue así en lo conceptual como veremos más adelante.

Las transformaciones de Lorentz para sistemas inerciales S en reposo y S' moviéndose a lo largo del eje x del sistema S y manteniéndose los otros ejes paralelos entre sí son.

de S a S'

$$x' = \gamma (x - vt)$$

$$y' = y$$

$$t' = \gamma (t - vx/c^2)$$

de S' a S

$$x = \gamma (x' + vt')$$

$$z' = z$$

$$t = \gamma (t' + vx'/c^2)$$

donde $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}$, c es la velocidad de la luz en el vacío

y v la velocidad de S' medida en S .

Aquí el tiempo no es ya un absoluto, ni tampoco la distancia.

Lo que es un absoluto es el intervalo espacio-tiempo entre dos sucesos. A y B , definido por $s^2 = x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2 = (x^2)^2 + (y^2)^2 + (z^2)^2 - c^2 (t^2)^2 = (s')^2$

Dicho intervalo es un invariable. En el espacio de Minkowsky, espacio geométrico cuandridimensional no euclidiano, el tiempo puede considerarse, en su expresión formal, como una cuarta coordenada $x_4 = ict$, siendo $x_1 = x$, $x_2 = y$, $x_3 = z$ las coordenadas espaciales.

Con estas transformaciones la suma de velocidad, a lo largo de eje x , queda expresada por

$$u'_x = \frac{u_x - v}{1 - u_x v/c^2}$$

siendo u_x y u'_x son velocidades de un cuerpo en S y S' respectivamente.

Consideremos, por ejemplo, que $v = 0.8c$ y $u'_x = 0.8c$, en la mecánica newtoniana la velocidad medida en S sería $u_x = 1.6c$, que es una velocidad mayor que la de la luz: si aplicamos las expresiones relativistas el resultado será $u_x = 0.964c$, no sobrepasando a la velocidad de la luz que la es máxima permitida.

Respecto a la segunda ley de Newton, $\vec{F} = m\vec{a}$, tenemos que bajo la acción de las transformaciones de Lorentz la aceleración transformada de una manera complicadísima: $a_x = \frac{a'_x}{\gamma^3(1 + u'_x v/c^2)}$, y la ley de Newton no es ya un invariante. Si no fuera así, cabría esperar que acelerando continuamente una partícula, ella sobrepasaría la velocidad de la luz.

Las ecuaciones de Maxwell son invariantes bajo las transformaciones de Lorentz, y como dato histórico diremos, que fue el problema de encontrar ecuaciones de transformación que dejaran las ecuaciones de Maxwell invariantes en forma, lo que llevó a Lorentz (1895) a escribir las ecuaciones que llevan su nombre.

Las ecuaciones de Maxwell en el vacío, sin cargas ni corrientes, donde \vec{E} es el campo eléctrico y \vec{H} el campo magnético, son

$$\text{rot } \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad \text{div } \vec{H} = 0$$

$$\text{rot } \vec{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad \text{div } \vec{E} = 0$$

Estas ecuaciones tienen solución no nula y nos llevan a la ecua-

ción de ondas para los campos \vec{E} y \vec{H} . Estos campos en el vacío toman el nombre de ondas electromagnéticas.

Los campos \vec{E} y \vec{H} transforman del siguiente modo:

$$\begin{aligned} E'_x &= E_x & H'_x &= H_x \\ E'_y &= (E_y - H_z(v/c)) & H'_y &= (H_y + E_z(v/c)) \\ E'_z &= (E_z + H_y(v/c)) & H'_z &= (H_z - E_y(v/c)) \end{aligned}$$

Para los físicos teóricos es más fácil trabajar con los llamados potenciales de campo vectorial \vec{A} y escalar ϕ , obtenidos a partir del primer par de las ecuaciones de Maxwell,

$$\vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \text{grad} \phi \quad \text{y} \quad \vec{H} = \text{rot} \vec{A}$$

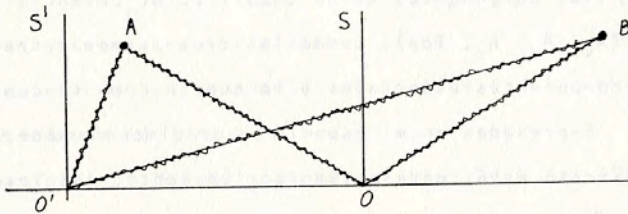
siendo \vec{A} y ϕ las componentes de un cuadvectores potencial de componentes $(A_x, A_y, A_z, ic\phi)$, donde las tres primeras transforman como las componentes espaciales y la cuarta como la componente temporal. Expresadas en el espacio cuatridimensional de Minkowsky, donde un suceso está representado por un punto, las leyes de la electrodinámica son más simples y condensadas, agregando una mayor comprensión de los fenómenos electromagnéticos.

Consecuencias de la Relatividad Especial

Hasta fines del siglo pasado se conocían sólo dos tipos de interacción descritos por las teorías gravitacional de Newton y la teoría electromagnética de Maxwell. En la teoría newtoniana se suponía que la velocidad de transmisión de la interacción era infinita, en la electrodinámica la velocidad de las ondas

electromagnéticas era la velocidad de la luz. La exigencia por parte de la Relatividad Especial, de la finitud de la velocidad de la interacción, más aún, que esa velocidad era la de la luz y que ella era independiente del movimiento de la fuente o del receptor, trae una serie de consecuencias, como son el carácter relativo de la simultaneidad, la contracción de las longitudes, la dilatación del tiempo y la equivalencia masa-energía.

Consideremos dos sucesos A y B, como por ejemplo dos explosiones que provocan mucho ruido y emiten mucha luz, de modo que varios observadores puedan ver y escuchar dichas explosiones desde sus diferentes puntos de observación.



Los sucesos A y B ocurren en dos puntos diferentes del espacio, pero son simultáneos para un observador O, (ver figura). La información de que sucedió una explosión le llega a través de la luz y el sonido que recibe en el mismo instante de ambos sucesos A y B.

En S las distancias \overline{AO} y \overline{BO} son iguales y la luz recorre dichas distancias en el mismo tiempo y como llegan en el mismo

instante al observador, para este observador, los sucesos A y B son simultáneos. En cambio, para el observador O' las distancias $\overline{AO'}$ y $\overline{BO'}$ son diferentes y el tiempo empleado por la luz en recorrer esas distancias es diferente. Las señales luminosas de A y B (también las señales sonoras) no llegan en el mismo instante al observador O' . Los sucesos A y B no son simultáneos para el observador O' . Lo anterior se ve claro si uno utiliza como informador el sonido de las explosiones, pues la velocidad del sonido es mucho menor que la de la luz y la diferencia de tiempo con que llegarían las señales sonoras al observador O' serían perceptibles al oído humano. La diferencia de tiempo calculada si la información proviene de la luz, para una distancia de algunos kilómetros sería del orden 10^{-6} segundos, intervalo de tiempo que sólo las técnicas más sofisticadas de la actualidad pueden medir. Para Newton esa diferencia de tiempo no era observable y en ese caso los sucesos A y B para el observador O' serían también simultáneos, pues no se detectaba diferencia de tiempo en la llegada de la luz. Aún en tiempo de Einstein dichas técnicas no estaban a punto.

A partir de las ecuaciones de transformación de Lorentz se obtienen las fórmulas de la contracción de longitudes y de la dilatación del tiempo.

Consideremos una varilla en reposo en un sistema S, su longitud será $L = x_2 - x_1$, donde las coordenadas de los extremos de las varillas se miden simultáneamente en S. Si observamos dicha

varilla desde un sistema S' , en movimiento respecto a S , encontramos $L = x_2 - x_1 = \gamma(x'_2 - x'_1) = L'$

donde L' es menor que L . Esta es la llamada contracción de Lorentz-Fitzgerald, que fue utilizada para explicar el resultado nulo, referente al éter, del experimento de Michelson-Morley.

Si se hacen mediciones de intervalos de tiempo en S , en un mismo punto, tenemos $\tau = t_2 - t_1$, según las transformaciones de Lorentz, este intervalo de tiempo en un sistema S' será

$$\tau' = t'_2 - t'_1 = \gamma\tau$$

el intervalo de tiempo medido en S' es más largo que el medido en S .

Según el propio Einstein, la consecuencia más importante de su teoría era la posibilidad de un intercambio entre la masa y la energía. Dicha posibilidad tuvo una trágica realización con las bombas atómicas lanzadas sobre Hiroshima y Nagasaki.

Se define masa inercial como $m = \gamma m_0$ siendo m_0 la masa en reposo de una partícula (o cuerpo). La energía relativista de una partícula libre está dada por

$$E = mc^2 = \gamma m_0 c^2 = m_0 c^2 + \frac{1}{2} m_0 v^2 + \dots \quad (A)$$

Para una partícula en reposo su energía será $E_0 = m_0 c^2$, cosa igual no existe en mecánica newtoniana. De la expresión (A) se deduce que cualquier aumento de energía cinética está acompañado de un incremento proporcional de masa, aún más, podríamos decir que un aumento de masa es una manifestación de un aumento de energía.

La ecuación $E = mc^2$ es la más famosa ecuación de la Física Moderna, y la equivalencia masa-energía, aspectos diferentes de

una misma entidad es el resultado más profundo de la relatividad especial.

Comprobaciones Experimentales

¿Pueden las partículas tales como los electrones, ser aceleradas hasta alcanzar una velocidad mayor que la de la luz en los grandes aceleradores de partículas?

Un experimento realizado por W. Bertozzi (2) con electrones acelerados en campos electrostáticos, que entran, luego de ser acelerados, en una región donde en vuelo libre, siguen con velocidad constante recorriendo una distancia conocida y, determinando su tiempo de vuelo, se conoce su velocidad. Su energía cinética se determinó midiendo el calor que producen los electrones al chocar al final de su trayectoria.

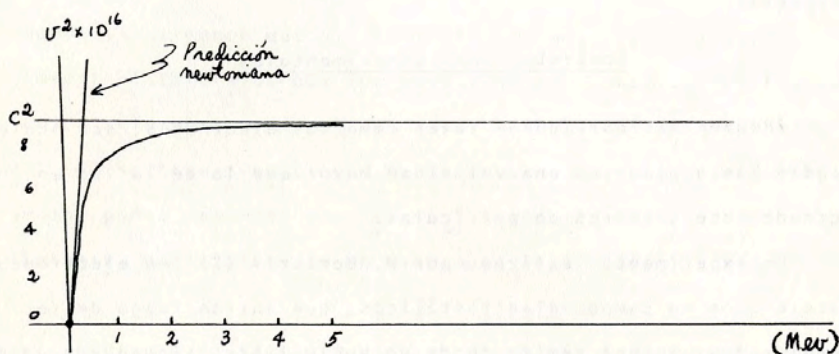
La energía cinética del electrón al ser acelerado en el campo electrostático es

$$E_c = eEL = e\phi$$

donde EL es la diferencia de potencial eléctrico acelerador. De las mediciones de velocidad se obtienen los siguientes resultados

TABLA N.º 1

E_c (Mev)	$v^2 \times 10^{16}$ (m/seg) ²
0.5	6.8
1.0	7.5
1.5	8.3
4.5	8.8
15.0	9.0



De esto se concluye que la velocidad límite es la velocidad de la luz; que $m = \gamma m_0$, masa que aumenta al aumentar la velocidad, es decir, un aumento de energía cinética significa un incremento de masa, comprobándose la equivalencia masa energía.

En cuanto a la comprobación de la dilatación del tiempo, prácticamente todos los días, en los grandes aceleradores de partículas se realizan experiencias de desintegración de partículas elementales en las cuales se comprueba la dilatación del tiempo.

Se sabe que un muón (meson μ) decae en un electrón y dos neutrinos

$$\mu^- = e^- + \nu_e + \bar{\nu}_\mu$$

siendo el tiempo de vida media de $2,0 \times 10^{-6}$ seg. y que un pión (meson π) se desintegra en un muón y un neutrino

$$\pi^- = \mu^- + \bar{\nu}$$

y su tiempo de vida media es 2.2×10^{-8} seg. que es 100 veces menor que la de un muón, siendo ésta última más difícil de detectar.

En 1941 B. Rossi y D.B. Hall realizaron un experimento que es ya clásico, relativo a la dilatación del tiempo empleando los muones producidos por los rayos cósmicos que penetran en la atmósfera. Dichos muones atraviesan la atmósfera en sentido radial y con una velocidad cercana a c . A una cierta altura con un contador de centelleo se atrapan los muones durante un cierto intervalo de tiempo, y se le mide el tiempo de vida media. Según ese tiempo de vida media se calcula número de muones que llegarán a nivel de mar, y con un contador se mide el número de muones que llega en realidad al mar después de recorrer esa diferencia de altura. El número de muones que llega es muy superior al calculado considerando el tiempo de vida media de los muones en reposo. Tomemos algunos datos del experimento realizado por Frish & Smith (2). A una altura próxima de los 2000 metros se registró la llegada de 563 muones/hora. Según la tabla 2, para una velocidad cercana a c , los muones deben demorar cerca de 6.5×10^{-6} seg. en llegar al nivel de mar, lo que significa que deben detectarse alrededor de 25 muones/hora. La medición nos da en cambio, un conteo de alrededor de 400 muones/hora. El factor de dilación de tiempo es de alrededor de 9' lo que corresponde a una velocidad de los muones de $v/c = 0.994$

Tabla n^o 2: Desintegración muones en reposo

Tiempo transcurido en microseg.	N ^o de muones que sobreviven
0	568
1	373
2	229
3	145
4	99
5	62
6	36
7	17
8	6

La equivalencia masa-energía es confirmada por multitud de observaciones en los aceleradores de partículas de todo el mundo y en la fisión nuclear de las centrales nucleares que producen electricidad. La radiación de las estrellas es explicada en forma razonable por la fusión de los átomos de hidrógeno para formar átomos de helio. La energía liberada por átomo de helio debido al cambio neto de masa, es alrededor de 25 Mev. La diferencia en masa en esta reacción es aproximadamente 0.045×10^{-24} gr; y la radiación del sol representa una pérdida de masa de 4 millones de toneladas por segundo, aún así su vida se calcularía en 10.000 millones de años.

La relatividad especial fué introducida a la Mecánica Cuántica por P.A.M. Dirac al escribir una ecuación de Schoedinger rela-

tivista en 1929, llamada ecuación de Dirac, y da cuenta en forma coherente del spin de las partículas y predice la existencia de las antipartículas. Sólo años más tarde, en 1933, Anderson descubrió las primeras partículas con las mismas características de un electrón pero con carga positiva, llamadas por ello positrones. De ahí en adelante son cientos las partículas y antipartículas descubiertas. La teoría de la relatividad especial ha sido y es muy fecunda, y hasta el momento no hay, que yo sepa, un experimento que la contradiga.

TEORIAS RELATIVISTAS

La Mecánica Newtoniana reconocía la igualdad de observadores inerciales, observadores en reposo en sistemas de referencia inerciales, solamente con relación a los fenómenos mecánicos. Esta igualdad de observadores inerciales la extiende la Relatividad Especial a todos los fenómenos físicos.

Considerando que la evolución de un fenómeno físico concreto debe ser independiente de toda forma de representarlo, por tanto, independiente de todo sistema de referencia ¿por qué, entonces, solo los observadores inerciales son privilegiados? ¿por que no extender el principio de relatividad de modo que abarque todos los observadores posibles? Quizas preguntas de este tipo impulsaron a A. Einstein a formular una teoría relativista que extendió la equivalencia a todos los sistemas de referencia. Dicha teoría es la teoría gravitacional de Einstein y fue, caso raro en física, el producto casi exclusivo de un solo hombre. Después aparecieron

muchas teorías gravitacionales, que no han podido destronar a la de Einstein. Siendo la mas famosa de ellas, la de Dicke

Bibliografía

- 1) Einstein, Lorentz, Minkowky...
"The Principle of Relativity" Dover Publication N.Y.
- 2) W. Bertozzi. Am.J.Phys. 32, 511-555, 1964
- 3) FRENCH, A.P. "Relatividad Especial"
Editorial Reverté S.A. 1974
- 4) Paul COUDERC "La Relatividad"

EUDEBA.